PART3　二項分布

例題

2枚の硬貨を同時に5回投げるとき，2枚とも表が出る回数を X とする。

(1)　X はどのような二項分布に従うか。$B(n,\ p)$ の形で答えよ。

(2)　2枚とも表が出る回数が3回以上である確率を求めよ。

Point Pickup

練習

1 個のさいころを 4 回投げるとき，6 の目が出る回数を X とする。

(1)　X はどのような二項分布に従うか。$B(n,\ p)$ の形で答えよ。

(2)　6 の目が出る回数が 2 回以下である確率を求めよ。

第 6 講　PART3 確認問題

1 個のさいころを 5 回投げるとき，1 または 2 の目が出る回数を X とする。

1　X は，二項分布 [ア] に従う。

[ア] は，次の①～④のうちから選べ。

①　$B\left(2,\ \dfrac{1}{2}\right)$　　②　$B\left(5,\ \dfrac{1}{3}\right)$

③　$B\left(5,\ \dfrac{2}{3}\right)$　　④　$B\left(\dfrac{1}{3},\ 5\right)$

2　1 または 2 の目が出る回数が 3 回以下である確率は

$\dfrac{\boxed{イウエ}}{\boxed{オカキ}}$ である。

PART3　二項分布

例題

2 枚の硬貨を同時に 5 回投げるとき，2 枚とも表が出る回数を X とする。

(1)　X はどのような二項分布に従うか。$B(n,\ p)$ の形で答えよ。

(2)　2 枚とも表が出る回数が 3 回以上である確率を求めよ。

(1)　1 回の試行で 2 枚とも表が出る確率は $\dfrac{1}{4}$

この試行を 5 回繰り返すから，X は二項分布 $B\left(5,\ \dfrac{1}{4}\right)$ に従う。

(2)　$X=r$ となる確率は

$$P(X=r)={}_5\mathrm{C}_r\left(\frac{1}{4}\right)^r\left(\frac{3}{4}\right)^{5-r}\quad (r=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$$

よって，求める確率は

$$\begin{aligned}P(X\geqq 3)&=P(X=3)+P(X=4)+P(X=5)\\&={}_5\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2+{}_5\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{4}\right)^4\left(\frac{3}{4}\right)^1+{}_5\mathrm{C}_5\left(\frac{1}{4}\right)^5\left(\frac{3}{4}\right)^0\\&=\frac{90}{1024}+\frac{15}{1024}+\frac{1}{1024}=\frac{53}{512}\end{aligned}$$

練習

1個のさいころを4回投げるとき，6の目が出る回数を X とする。

(1)　X はどのような二項分布に従うか。$B(n,\ p)$ の形で答えよ。

(2)　6の目が出る回数が2回以下である確率を求めよ。

(1)　1回の試行で6の目が出る確率は $\dfrac{1}{6}$

この試行を4回繰り返すから，X は二項分布 $B\left(4,\ \dfrac{1}{6}\right)$ に従う。

(2)　$X=r$ となる確率は

$$P(X=r)={}_4\mathrm{C}_r\left(\frac{1}{6}\right)^r\left(\frac{5}{6}\right)^{4-r}\quad (r=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

よって，求める確率は

$$\begin{aligned}P(X\leqq 2)&=1-\{P(X=3)+P(X=4)\}\\&=1-\left\{{}_4\mathrm{C}_3\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^1+{}_4\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{6}\right)^4\left(\frac{5}{6}\right)^0\right\}\\&=1-\left(\frac{20}{1296}+\frac{1}{1296}\right)=1-\frac{7}{432}=\frac{425}{432}\end{aligned}$$

第 6 講　PART3 確認問題 解答

1

[正解] ア：②

[解説]

1 回の試行で 1 または 2 の目が出る確率は

$$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

この試行を 5 回繰り返すから，X は二項分布 $B\left(5,\ \frac{1}{3}\right)$ に従う。[A]

[A]　1 回の試行で事象 A が起こる確率を p とする。この試行を n 回繰り返す反復試行において，A の起こる回数を X とすると，X は確率変数で，二項分布 $B(n,\ p)$ に従う，という。

2

[正解] イウエ：232，オカキ：243

[解説]

$X=r$ となる確率は

$$P(X=r)={}_5\mathrm{C}_r\left(\frac{1}{3}\right)^r\left(\frac{2}{3}\right)^{5-r}$$

$$(r=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$$ [B]

であり，1 または 2 の目が出る回数が 3 回以下であるので，$X\leqq 3$ のときである。

よって，求める確率は

$$P(X\leqq 3)=1-\{P(X=4)+P(X=5)\}$$ [C]

$$=1-\left\{{}_5\mathrm{C}_4\left(\frac{1}{3}\right)^4\left(\frac{2}{3}\right)^1+{}_5\mathrm{C}_5\left(\frac{1}{3}\right)^5\left(\frac{2}{3}\right)^0\right\}$$

$$=1-\left(\frac{10}{243}+\frac{1}{243}\right)$$

$$=1-\frac{11}{243}=\mathbf{\frac{232}{243}}$$

[B]　二項分布 $B(n,\ p)$ に従う確率変数 X について，$X=r$ となる確率は，反復試行の確率の式より

$$P(X=r)={}_n\mathrm{C}_r\,p^r\,(1-p)^{n-r}$$
$$(r=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)$$

[C]　$X\leqq 3$ となるのは，「$X=4$ または $X=5$」が起こらないときである。余事象を考えて確率を求める。